

# Применение принципа Дирихле при решении олимпиадных задач



Воропаев Дмитрий Олегович

7В класс

Руководитель: Шкляева Наталья Петровна

учитель математики

**Цель работы** - исследование эффективности применения принципа Дирихле в решении олимпиадных задач, получение знаний о применении и сферах использования принципа Дирихле.

**Гипотеза:** принцип Дирихле позволяет решать логические задачи олимпиадного характера, которые сложно решать другими способами.

**Задачи:**

- ▶ Изучение литературы и сбор информации о принципе Дирихле.
- ▶ Отбор и систематизация олимпиадных задач, решаемых с помощью принципа Дирихле.
- ▶ Составление задач для олимпиад в среднем звене школы.

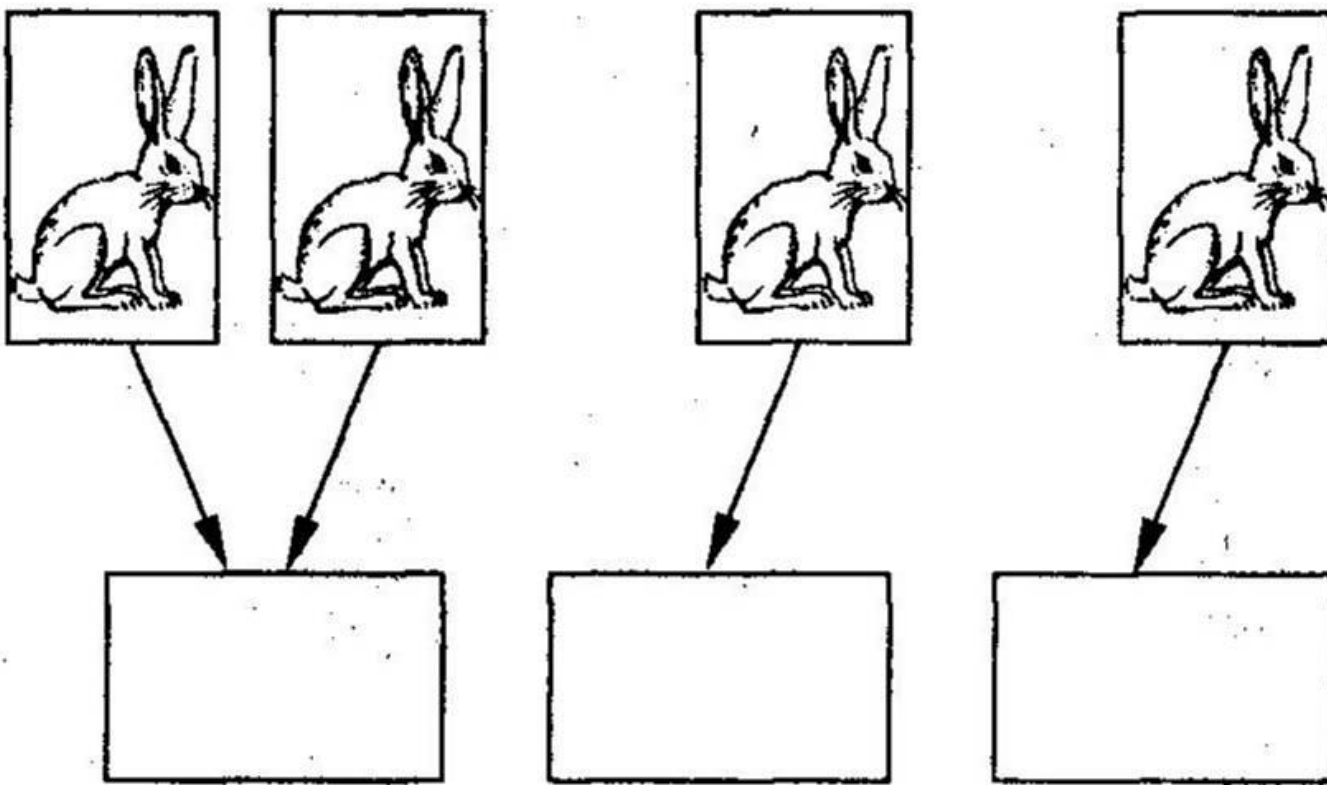
# Дирихле Петер Густав Лежен



13.02.1805–05.05.1859

- ▶ Немецкий математик.
- ▶ Родился в Дюрене.
- ▶ Сделал ряд крупных открытий в теории чисел
- ▶ установил формулы для числа классов бинарных квадратичных форм с заданным определителем
- ▶ доказал теорему о бесконечности количества простых чисел в арифметической прогрессии из целых чисел, первый член и разность которой взаимно просты
- ▶ дал строгое доказательство возможности разложения в ряд Фурье кусочно-непрерывной и монотонной функций, что послужило обоснованием для многих дальнейших исследований

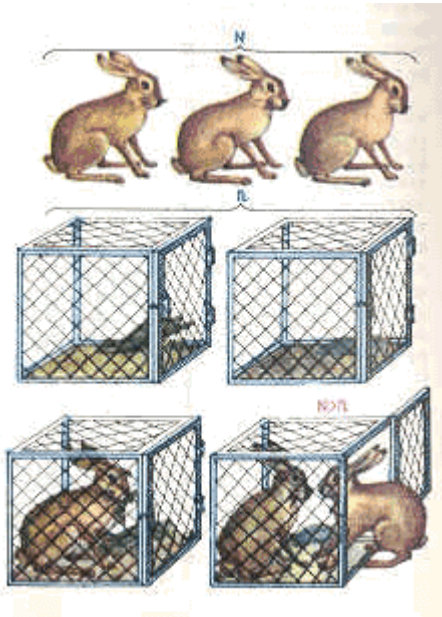
# Принцип Дирихле



Если в  $n$  клетках сидит  $N$  зайцев, причем  $N > n$ , то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере, два зайца

# Обобщенный принцип Дирихле

Если в  $n$  клеток посадить  $kn+1$  зайцев, то найдется хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем  $k+1$  заяц



Доказательство от противного.

Предположим, что не найдется такой клетки. Значит, в каждой клетке находится не более чем  $k$  зайцев. Тогда в  $n$  клетках не более чем  $kn$  зайцев. Но по условию у нас было  $kn+1$  зайцев. Получилось противоречие, значит наше предположение неверно. Следовательно, найдется хотя бы одна клетка, в которой находятся не менее чем  $k+1$  заяц.

## Алгебраические задачи

- ▶ 1. Докажите, что среди 13 разных целых чисел всегда найдутся два числа, разность которых делится на 12.
- ▶ 2. Докажите, что среди 25 различных натуральных чисел найдутся хотя бы 2 числа  $a$  и  $b$ , таких, что число  $a^2 - b^2$  делится на 24.

## Арифметические задачи

1. В классе 37 учащихся. Найдется ли такой месяц в году, в который свой день рождения отмечают не менее четырех учащихся этого класса?
2. На земле живет 6000000000 человек, у каждого на голове - не более 3000000 (цифры условные) волос. Докажите, что обязательно найдутся два человека с одинаковым числом волос.

## Геометрические задачи

В квадрате со стороной 1 м находится 20 точек. Найдутся ли 3 из них, которые можно накрыть квадратом со стороной  $1/3$  м?